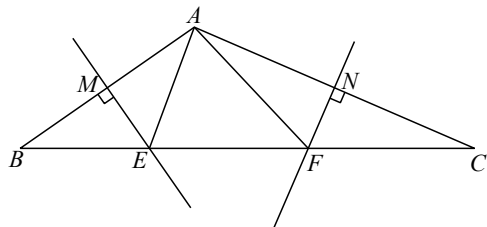


2024 秋季初二数学每日一题打卡 007

007 试题来源：2024 秋苏州星湾周测第 26 题

在 $\triangle ABC$ 中，边 AB 的垂直平分线分别交 BC , AB 于点 E , M ，边 AC 的垂直平分线分别交 BC , AC 于点 F , N ，记 $BE + FC = m$, $\angle B + \angle C = \alpha$.

(1) 如图，证明：直线 ME 与直线 NF 的交点在线段 BC 的垂直平分线上；



(2) 如图， $\angle BAC > 90^\circ$ ：

①若 $\alpha = 45^\circ$, $AF = 4$, $m = 7$. 求 $\triangle AEF$ 的面积；

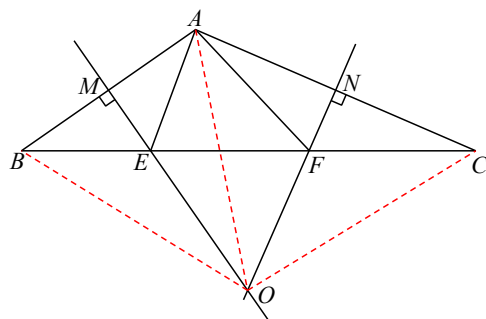
②若 $\angle EAF + \angle BAC = 240^\circ$, 求 α 的值.

(3) 若 $BC > AB$, $BC > AC$, 线段 EF 的长为 n , 请直接写出当 α 取不同范围内的值时线段 BC 的长 (用含 m, n 的代数式表示)

试题解析

在 $\triangle ABC$ 中,边 AB 的垂直平分线分别交 BC , AB 于点 E , M ,边 AC 的垂直平分线分别交 BC , AC 于点 F , N ,记 $BE + FC = m$, $\angle B + \angle C = \alpha$.

(1) 如图,证明:直线 ME 与直线 NF 的交点在线段 BC 的垂直平分线上;



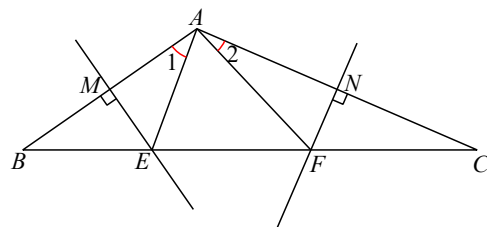
证明:设直线 ME, NF 交于点 O ,
连接 AO, BO, CO
 $\because ME, NF$ 分别垂直平分 AB, AC ,
 $\therefore AO = BO, AO = CO$,
 $\therefore BO = CO$,
 \therefore 点 O 在线段 BC 的垂直平分线上,
即直线 ME 与直线 NF 的交点在线段 BC 的垂直平分线上.

(2) 如图, $\angle BAC > 90^\circ$:

①若 $\alpha = 45^\circ$, $AF = 4$, $m = 7$. 求 $\triangle AEF$ 的面积;

由 $\alpha = 45^\circ$ 可知 $\angle EAF = 90^\circ$, $S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2} \times AE \times AF$

解: $\because \alpha = 45^\circ$,
 $\therefore \angle BAC = 135^\circ$,
 $\because ME, NF$ 分别垂直平分 AB, AC ,
 $\therefore AE = BE, AF = FC$,
 $\therefore \angle B = \angle 1, \angle C = \angle 2$,
 $\therefore \angle 1 + \angle 2 = \angle B + \angle C = \alpha = 45^\circ$,
 $\therefore \angle EAF = \angle BAC - (\angle 1 + \angle 2) = 90^\circ$,
 $\because BE + FC = m$,
 $\therefore AE + AF = m = 7$,
 $\because AF = 4$,
 $\therefore AE = 3$,
 $\therefore S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2} \times AE \times AF = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$



②若 $\angle EAF + \angle BAC = 240^\circ$, 求 α 的值.

思路: $\angle EAF = 180 - 2\alpha$, $\angle BAC = 180 - \alpha$, $\angle EAF + \angle BAC = 360 - 3\alpha = 240$, 解得: $\alpha = 40^\circ$

(3) 若 $BC > AB$, $BC > AC$, 线段 EF 的长为 n , 请直接写出当 α 取不同范围内的值时线段 BC 的长(用含 m, n 的代数式表示)

根据经验, 此题情况应该分为当 E 在 F 左侧时, 当 E 在 F 右侧时, 但是需要搞明白 α 的分界点, 对, 90° !

由 BC 为最长边可得 $\angle BAC > 60^\circ$, 则 $\alpha < 120^\circ$.

<p>当$0^\circ < \alpha < 90^\circ$, E在F左侧时,</p> <p>$BC = m + n$,</p>	<p>当$90^\circ < \alpha < 120^\circ$, E在F右侧时, $BC = m - n$</p>